Lycée Marsa Erriadh

Vendredi 18/12/2020 **2sc1**

Devoir de synthèse de maths (2h)

Proposé Par M Hedi Ben Rejeb

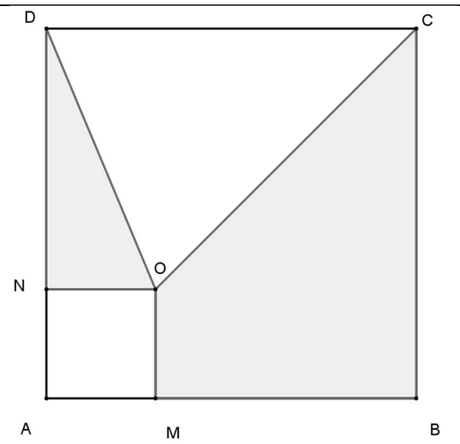
Exercice 1 (3pts)

1) Déterminer deux nombres opposés dont la différence égale à 4.
2) Déterminer deux nombres inverses dont la somme égale à 4.

Exercice 2 (5pts)

ABCD est un carré côté 10 cm et M est un point de [AB] (distinct de A et de B) et AMON est un carré de côté x.

1) Montrer que l'aire grise $A(x) = -x^2 + 5x + 50$
2) Ecrire $A(x)$ sous forme canonique.
3) Donner un encadrement de $A(x)$.
4) Déterminer la position du point M pour laquelle $A(x)$ est maximale.



Exercice 3 (4pts)

Soit P le polynôme défini sur IR par : $P(x) = 3x^3 - 8x^2 - 5x + 6$

1) Calculer $P(-1)$.
2) En déduire une factorisation de $P(x)$.
3) Résoudre dans IR : $P(x) \leq 0$

Exercice 4 (8pts)

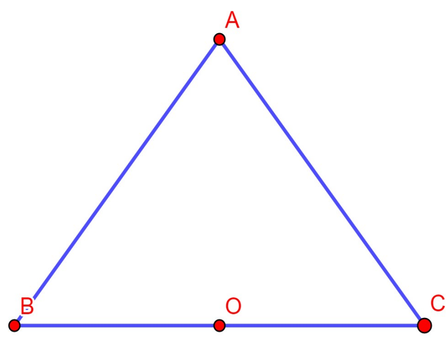
Sur la figure ci-contre, on a représenté un triangle ABC isocèle en A avec AB=5 , BC=6 et O=B*C.

1) Faire une figure.
2) Construire le point J=bpp(A,6)(B,5).
3) La parallèle à (AC) issue de B coupe (CJ) en K.

a/ Montrer que le triangle BKC est isocèle en B.

b/ En déduire que [CJ] est la bissectrice de $\widehat{ACB}$

4) Construire le point I=bpp(A,6)(B,5)(C,5)
5) Montrer que $OI = \frac{3}{2}$.
6) Déterminer et construire l'ensemble Ω des points M du plan tels que $\left\|6\overrightarrow{MA} + 5\overrightarrow{MB} + 5\overrightarrow{MC}\right\| = 24$.
7) Montrer que Ω est le cercle inscrit au triangle ABC.



Exercice 1 (3pts)

1)	$\begin{cases} x-y=4 \\ x+y=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x=4 \\ 2y=-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=-2 \end{cases}$	1
2)	$\begin{cases} x+y=4 \\ xy=1 \end{cases} \to On\ résoud\ l'éq\ X^2-4X+1=0; \to \Delta'=3$ $Les\ deux\ nombres\ sont\ \left(2+\sqrt{3}\right) et \left(2-\sqrt{3}\right)$	2

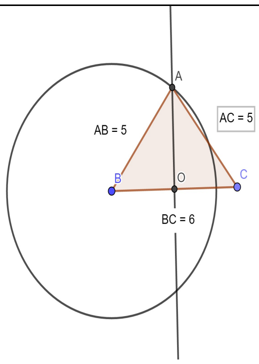
Exercice 2 (5pts)

1)	$A_{AMON}=x^2\ \ et\ A_{DOC}=\dfrac{DC\times h}{2}=5(10-x)\, et\ comme\ A_{Grise}=A_{ABCD}-A_{AMON}-A_{DOC}$ $\Rightarrow A(x)=100-x^2-50+5x=-x^2+5x+50$	1
2)	$A(x)=-x^2+5x+50=-\left(x^2-5x+\dfrac{25}{4}-\dfrac{25}{4}\right)+50=-\left(x-\dfrac{5}{2}\right)^2+\dfrac{225}{4}$	1
3)	$0<x<10 \Rightarrow -\dfrac{5}{2}<x-\dfrac{5}{2}<\dfrac{15}{2} \Rightarrow 0\le\left\lvert x-\dfrac{5}{2}\right\rvert<\dfrac{15}{2} \Rightarrow 0\le\left(x-\dfrac{5}{2}\right)^2<\dfrac{225}{4}$ $\Rightarrow -\dfrac{225}{4}<-\left(x-\dfrac{5}{2}\right)^2\le 0 \Rightarrow 0<A(x)\le\dfrac{225}{4}$	2
4)	$A(x)\, est\ \max imale \Leftrightarrow \dfrac{225}{4}-\left(x-\dfrac{5}{2}\right)^2\ est\ \max imale \Leftrightarrow x=\dfrac{5}{2}$	1

Exercice 3 (4pts)

1)	$P(-1)=3(-1)^3-8(-1)^2-5(-1)+6=-3-8+5+6=0$	1
2)	$P(x)=3x^3-8x^2-5x+6=\left(3x^3+3x^2\right)+\left(-11x^2-11x\right)+(6x+6)$ $=3x^2(x+1)-11x(x+1)+6(x+1)=(x+1)\left(3x^2-11x+6\right)$	1
3)	$3x^2-11x+6 \to \Delta=121-72=49=7^2 \Rightarrow \begin{cases} x'=\dfrac{2}{3} \\ x''=3 \end{cases}$ $P(x)\le 0 \to T\ signes \to S_{\mathbb{R}}=\left]-\infty,-1\right]\cup\left[\dfrac{2}{3},3\right]$	2

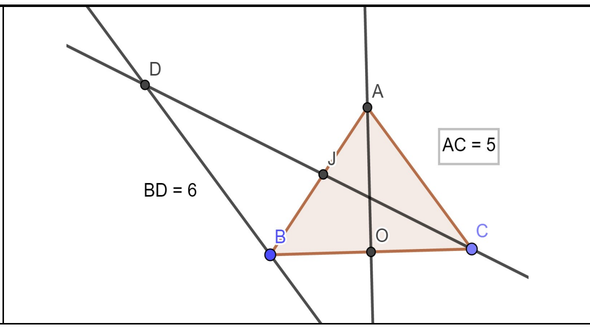
Exercice 4 (8pts)

1)		1

2)

$$6\overrightarrow{AJ}+5\overrightarrow{BJ}=\vec{0}\Leftrightarrow\overrightarrow{AJ}=\frac{5}{11}\overrightarrow{AB}$$

Comme AC=5, pour la construction il suffit par exemple de placer le point D tel que (BD)//(AC) et BD=6

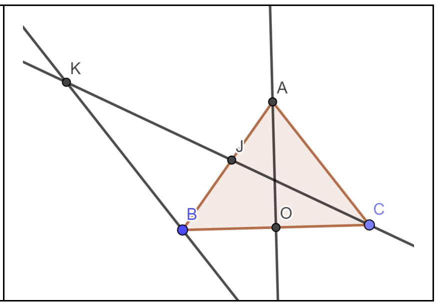


1

3)a/

$$6\overrightarrow{AJ}+5\overrightarrow{BJ}=\vec{0}\Rightarrow 6\overrightarrow{AJ}=5\overrightarrow{JB}\Rightarrow 6AJ=5JB\Rightarrow\frac{JA}{JB}=\frac{5}{6}$$

$$\Rightarrow\frac{AC}{BK}=\frac{5}{6}\Rightarrow BK=6\Rightarrow BKC\ isocèle\ en\ B$$



1

b/

$$\begin{aligned}\widehat{ACJ}&=\widehat{CKB} &&(Altèrnes\ internes)\\&=\widehat{BCJ} &&(Isocèle)\end{aligned}$$

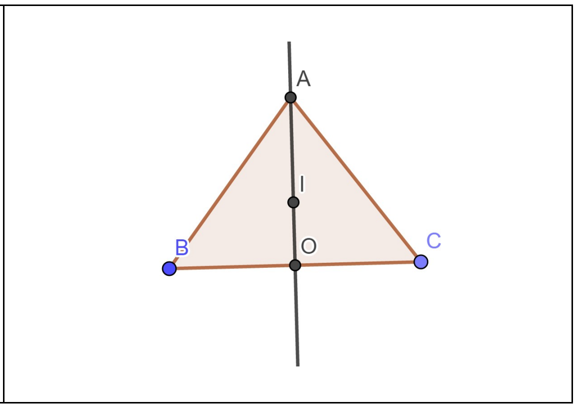
$$\Rightarrow[CJ)\ est\ la\ bissectrice\ de\ \widehat{ACB}$$

1

4)

$$6\overrightarrow{IA}+5\overrightarrow{IB}+5\overrightarrow{IC}=\vec{0}\Leftrightarrow 6\overrightarrow{IA}+10\overrightarrow{IO}=\vec{0}$$

$$\Leftrightarrow I=bpp(A,3)(O,5)\Leftrightarrow\overrightarrow{AI}=\frac{5}{8}\overrightarrow{AO}$$



1

5)

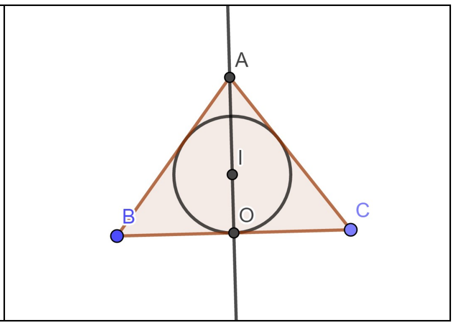
$$\overrightarrow{OI}=\frac{3}{8}\overrightarrow{OA}\Rightarrow OI=\frac{3}{8}OA=\frac{3}{8}\sqrt{AB^2-BO^2}=\frac{3}{8}\times 4=\frac{3}{2}$$

1

6)

$$\left\|6\overrightarrow{MA}+5\overrightarrow{MB}+5\overrightarrow{MC}\right\|=24\Leftrightarrow 16\left\|\overrightarrow{MI}\right\|=24\Leftrightarrow MI=\frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow\Omega\ est\ le\ cercle\ de\ centre\ I\ et\ qui\ passe\ par\ O.$$



1

7)

$$6\overrightarrow{IA}+5\overrightarrow{IB}+5\overrightarrow{IC}=\vec{0}\Rightarrow 11\overrightarrow{IJ}+5\overrightarrow{IC}=\vec{0}\Leftrightarrow I\in(CJ)\ et\ comme\ I\in à\ la\ bissectrice\ [AO)$$

$$\Rightarrow I\ est\ le\ centre\ du\ cercle\ inscrit\ au\ triangle\ ABC$$

$$d(I,(BC))=IO\Rightarrow\Omega\ est\ le\ cercle\ inscrit\ au\ triangle\ ABC$$

1